

Som 1 (40 minuten; 13 punten totaal)

## Hertentamen Elektriciteit en Magnetisme 2

Donderdag 4 ~~oktober~~ <sup>feb.</sup> 2010, 9:00-12:00, zaal 11.0022

Voordat je begint, lees het volgende:

- Er zijn 4 sommen met een totaal van 50 punten.
- Schrijf je naam en studentnummer op elk vel papier.
- Begin elke som op een nieuw vel papier.
- Onleesbaar handschrift wordt fout gerekend.
- Succes!

Een rechthoekig stuk draad hangt, op afstand  $d$ , recht boven een oneindige lange stroomdraad waar een stroom  $I$  doorheen loopt.

3 punt (a) Wat zijn de grootte en de richting van het magneetveld binnenin de rechthoek? Wat is de flux van het magneetveld door de rechthoek?

2 punt (b) Geef de integraalvorm van de wet van Faraday voor je emf en leg in woorden uit wat deze wet zegt. Geef daarmee het verband tussen de flux door de rechthoek en de opgewekte emf.

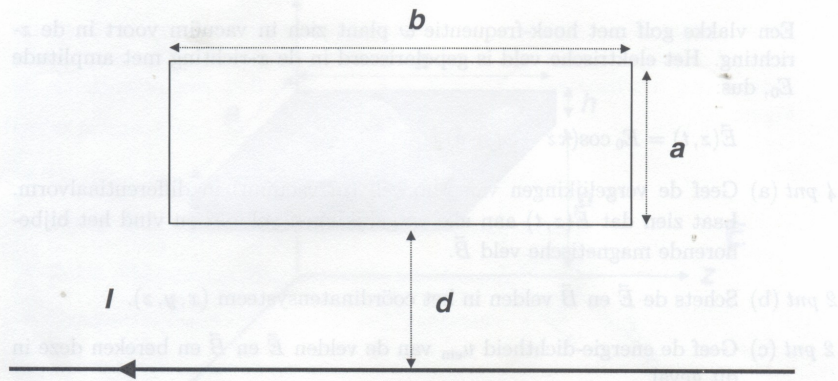
4 punt (c) Bereken de opgewekte emf in de volgende drie gevallen: (i) Op dit moment, (ii) als we de rechthoek met een snelheid  $v$  recht van de draad afbewegen, (iii) als we de rechthoek om de draad heen draaien, zodanig dat de afstand  $R$  niet verandert en de draad en de rechthoek in hetzelfde vlak blijven.

4 punt (d) Vervolgens draaien we de stroom door de draad langzaam naar nul, zodanig dat de stroom door de draad gegeven is door

$$I(t) = \begin{cases} I(1-t) & t < a \\ 0 & t \geq a \end{cases}$$

In welke richting gaat de stroom door de rechthoek lopen en waarom? Als de rechthoek een weerstand  $R$  heeft, wat is dan de totale lading die door een punt in de rechthoek loopt?

Som 1 (40 minuten; 13 punten totaal)



Een rechthoekig stuk draad hangt, op afstand  $d$ , recht boven een oneindige lange stroomdraad waar een stroom  $I$  doorheen loopt.

- 3 pnt (a) Wat zijn de grootte en de richting van het magneetveld binnen de rechthoek? Wat is de flux van het magneetveld door de rechthoek?
- 2 pnt (b) Geef de integraalvorm van de wet van Faraday voor de emf en leg in woorden uit wat deze wet zegt. Geef daarmee het verband tussen de flux door de rechthoek en de opgewekte emf.
- 4 pnt (c) Bereken de opgewekte emf in de volgende drie gevallen: (i) Op dit moment, (ii) als we de rechthoek met een snelheid  $v$  recht van de draad afbewegen, en (iii) als we de rechthoek om de draad heendraaien, zodanig dat de afstand  $R$  niet verandert en de draad en de rechthoek in hetzelfde vlak blijven.
- 4 pnt (d) Vervolgens draaien we de stroom door de draad langzaam naar nul, zodanig dat de stroom door de draad gegeven is door

$$I(t) = \begin{cases} I \left(1 - \frac{t}{\alpha}\right) & t < \alpha, \\ 0 & t \geq \alpha. \end{cases}$$

In welke richting gaat de stroom door de rechthoek lopen en waarom? Als de rechthoek een weerstand  $R$  heeft, wat is dan de totale lading die door een punt in de rechthoek loopt?



Som 2 (40 minuten; 12 punten totaal)

Een vlakke golf met hoek-frequentie  $\omega$  plant zich in vacuüm voort in de  $z$ -richting. Het elektrische veld is gepolariseerd in de  $x$ -richting met amplitude  $E_0$ , dus:

$$\vec{E}(z, t) = E_0 \cos(kz - \omega t + \delta) \hat{x} .$$

- 4 pnt (a) Geef de vergelijkingen van Maxwell (in vacuüm) in differentiaalvorm. Laat zien dat  $\vec{E}(z, t)$  aan alle vergelijkingen voldoet en vind het bijbehorende magnetische veld  $\vec{B}$ .
- 2 pnt (b) Schets de  $\vec{E}$  en  $\vec{B}$  velden in het coördinatensysteem  $(x, y, z)$ .
- 2 pnt (c) Geef de energie-dichtheid  $u_{em}$  van de velden  $\vec{E}$  en  $\vec{B}$  en bereken deze in dit geval.
- 4 pnt (d) Bereken voor deze vlakke golf alle elementen van de Maxwell stress-tensor, gegeven door

$$T_{ij} = \epsilon_0 \left( E_i E_j - \frac{1}{2} \delta_{ij} E^2 \right) + \frac{1}{\mu_0} \left( B_i B_j - \frac{1}{2} \delta_{ij} B^2 \right) .$$

Leg uit waarom je antwoord fysisch gezien te begrijpen valt. Wat is in dit geval het verband tussen de impulsflux-dichtheid en de energie-dichtheid?

Handwritten mathematical work:

$$\frac{d}{dx} \sin x = \cos x$$

$$\frac{d}{dx} \cos x = -\sin x$$

$$\int \sin x = -\cos x$$

$$\int \cos x = \sin x$$

Below the equations are two hand-drawn sine waves. The first wave is a full cycle of a sine wave. The second wave is a partial cycle, starting from the zero-crossing and going up to a peak.

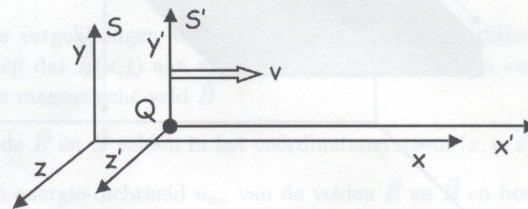
10





Som 4 (40 minuten; 12 punten totaal)

We willen de velden berekenen van een puntlading  $Q$  die beweegt met constante snelheid  $v$  langs de  $x$ -as van het laboratorium-systeem  $S$ . We beschouwen daarom ook het inertiaal-systeem  $S'$  dat met de lading meebeweegt; zie de Figuur:



- 3 pnt (a) Bekijk de vier-vector  $x^\mu = (ct, \vec{r})$ . Geef de Lorentz-transformatie die de coördinaten  $(ct', \vec{r}')$  in  $S'$  uitdrukt in de coördinaten  $(ct, \vec{r})$  in  $S$ . De scalar- en vector-potentiaal vormen samen ook een vier-vector, de vier-potentiaal:

$$A^\mu = (V/c, \vec{A}).$$

Geef de potentialen in systeem  $S'$  uitgedrukt in de potentialen in  $S$ .

- 3 pnt (b) In systeem  $S'$  is de lading in rust. Geef  $V'$  en  $\vec{A}'$  uitgedrukt in  $\vec{r}'$ . Transformeer nu terug naar  $S$ . Geef eerst  $V$  en  $\vec{A}$  uitgedrukt in  $\vec{r}'$  en reken die daarna om naar  $V$  en  $\vec{A}$  uitgedrukt in  $t$  en  $\vec{r}$ . Laat zien dat  $\vec{A} = \vec{v}V/c^2$ .

- 3 pnt (c) Geef aan hoe hieruit de  $\vec{E}$  en  $\vec{B}$  velden in  $S$  uitgerekend kunnen worden. (De berekening zelf hoeft je niet te doen.)

- 3 pnt (d) Controleer dat de vier-potentiaal  $A^\mu$  voldoet aan de Lorentz-ijk ("Lorentz gauge").